物理数学演習　　　　　　第 06 回　1階微分方程式(他の形)の演習

1. 次の微分方程式の一般解を定数変化法で求めなさい。

(1) $\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{2y}{x}=x^2$　(2) $\dfrac{dy}{dx}+2y=e^{3x}$　(3) $\dfrac{dy}{dx}+2y=4\cos 2x$　(4) $y'+\dfrac{y}{x}=3\sqrt{x}$

(5) $y'-\dfrac{y}{x}=-6xe^{-2x}$　(6) $y'+\dfrac{y}{x+1}=e^x$　(7) $y'-\dfrac{2xy}{x^2+1}=4x$

(8) $y'-y\tan x=2\sin x+4\cos x$　(9) $y'+\dfrac{y}{\tan x}=x$

2. 空気中で空気抵抗を受けながら運動する質量が m の物体について考える。任意の時刻 t における速度を v とする。速度の時間微分係数は加速度であり、物体に働いている力と加速度はニュートンの運動方程式を満たす。

(1) 物体に働く力が速度と逆向きで速度に比例する、つまり $-\eta v$ の力が働くとして、速度の微分係数を用いて微分方程式を作りなさい。この微分方程式の一般解を積分定数を c として求めなさい。さらに、$t=0$ で $v=v_0$ である特解を求めなさい。

(2) この物体には更に重力 $-mg$ が働いたとして、速度の微分係数を用いて微分方程式を作りなさい。この微分方程式の一般解を積分定数を c として求めなさい。さらに、$t=0$ で $v=v_0$ である特解を求めなさい。

3. $x-y$ 平面上に描かれた曲線を $y=y(x)$ とする。微分係数が次の関係を満たすとき、この曲線はどのような曲線か。

(1) 位置 x において曲線の傾き、つまり $\dfrac{dy}{dx}$ が $2x$ である曲線は、この微分方程式の解に入る任意定数の値に応じてさまざまな曲線、つまり曲線群となる。この曲線群を

さまざまな積分定数の値に応じてスケッチしなさい。 さらに、これらの曲線で $x=1$ において $y(1)=2$ という値をとる曲線を求めなさい。

(2) 位置 x における曲線の傾きが $\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{2}x+1$ であるような曲線群。さらに、これらの曲線で $x=0$ で $y(0)=2$ であるもの。

(3) ある曲線上の位置 (x,y) で接線を引いたとき、この接線が x 軸と y 軸とで切り取られる長さが一定値 a である。この、ある曲線とは何か。